

ラグランジュの初期の数学・力学研究における極限

日本学術振興会特別研究員（京都大学） 有賀暢迪

ariga.nobumichi@gmail.com

Conception and use of limit in Lagrange's early mathematics and mechanics

ARIGA, Nobumichi, JSPS Research Fellow (Kyoto University)

本発表では、ラグランジュ（1736-1813）の初期の数学・力学研究において極限の概念が果たしていた重要性について報告する。「初期」とは概ね 1750 年代の半ばから 60 年代の初頭にかけてであり、彼が地元トリノの王立砲兵学校に勤務しつつ当地の科学協会の活動を行っていた時期に当たる。発表者の基本的な主張は、この時代のラグランジュにとって極限は数学と力学双方にとっての共通の基盤であったということである。

先行研究が指摘しているように、ラグランジュは初期には極限の概念を微積分の基礎と考え、また、最小作用の原理を力学の基本原理として採用していた（これらは後年の主著『解析関数の理論』（初版 1797）および『解析力学』（同 1788）で展開されるものとは異なる立場である）。しかしこれまでの研究では、初期のラグランジュにおいて極限の概念と力学の理論とがどのように関連しているのか、という問いが立てられたことはなかったように思われる。本発表では、この時期のラグランジュが極限の概念をどのように理解し、力学において利用したかを検討することで、この問いに答えることを試みたい。

極限こそが微積分の「真の形而上学」であるというラグランジュの初期の見解は、王立砲兵学校での講義ノート『高等解析の諸原理』（1756-59 頃）においてまとまった形で述べられている。それはおそらく、18 世紀前半にあった微積分の基礎をめぐる論争、特にロピタル、フォントネル、マクローリン、ダランベールといった人々の見解を踏まえて講じられたものである。当時のラグランジュはニュートン流に、微積分を「消失する量の比」の理論であると理解していた。この発想自体には特に独創性はないとしても、極限に基づいて微積分を一から講義するというのは当時としては斬新な試みであったと考えられる。

一方、ラグランジュは自身の力学研究において極限の考え方を大いに利用した。最初の力学論文『音の本性と伝播についての探求』（1759）において、ラグランジュは音すなわち弾性流体の振動を、まず m 個の粒子が一行に並んだ系を考え、次いで「 $m = \infty$ 」の極限を考えることによって論じている。これは 1750 年前後にあった振動弦をめぐる論争（ダランベール、オイラー、D・ベルヌーイの三者による）に対する抜本的な解決策として提示されたものである。さらに、有限個の質点系での議論を連続体に拡張するという考え方は最小作用の原理に基づいて動力学を論じた論文（1762）でも用いられており、これによって質点から連続体までを同じ原理によって扱うことが可能になっている。

初期のラグランジュにとって、極限は微積分の基礎を与えるものであると同時に、体系的な力学理論を構築するための土台でもあった。この意味で、数学と力学とは一つの研究プログラムを成していたと言ってもよいであろう。このような研究方針は、数学が「自然学に真の光をもたらす」という彼の確信の反映であったように思われる。