

# モーペルテュイから見たオイラー、 オイラーから見たモーペルテュイ —最小作用の原理を巡る二つの視点—

日本科学史学会 京都支部例会

(2007年7月7日)

有賀暢迪

京都大学大学院文学研究科 博士後期課程

# モーペルティユイとは何者か？



## ◆ P.L.M. de Maupertuis

(1698-1759)

- フランス最初のニュートン主義者
- 地球の扁平度を決定する測量探検
  - ニュートンの重力理論を確証
- ベルリン科学文芸アカデミー総裁(1746-)
  - プロイセン王フリードリヒ2世の招聘

# オイラーとは何者か？



## ◆ L.Euler

(1707-1783)

- 史上最も多産な数学者
- 力学の分野での重要な貢献
  - 「ニュートン力学」の創出
- ベルリン科学文芸アカデミー数学部長(1746-)
  - モーペルテュイの直接の部下

# 最小作用の原理とは何か？

## ◆ モーペルテュイの主張

- 自然現象は最小の「作用」で起こる
  - 「作用」= (質量) × (速度) × (距離)

×曖昧

## ◆ オイラー＝ラグランジュの定式化

- 物体系の運動は、 $\int mu ds = \text{最小(極値)}$  で決定される
  - m: 質量, u: 速度, ds: 距離要素

○厳密

現代的な力学の理論を前提とした評価

# 今日の発表内容

## ◆ モーペルテュイとオイラーの違い

### □ 扱った問題が異なる

- モーペルテュイ: 光の屈折、物体の衝突など
- オイラー: 投射体の軌道、様々なつりあいの問題

## **物質観・力学観の違いを反映している**

▼ 力学の枠組みそのものが根本的に違う

▼ 相手の行った仕事を自分の枠組みで評価

# 最小作用の原理の提唱

## ◆モーペルテュイ

□ (1740: 『静止の法則』)

□ 1744: 第1論文

□ 1746: 第2論文

□ 1756: 第3論文

## ◆オイラー

□ 1744: 2つの『付録』

□ 1748: 2つの論文

□ 1751: 『調和』

※1746年から、二人はベルリンアカデミーの同僚

# モーペルテュイの場合

- 衝突法則の統一
  - ・ 第1論文:1744
  - ・ 第2論文:1746
  - ・ 第3論文:1756
  - ・ まとめ

# 第1論文:1744

## ◆「これまで両立不可能に思われた様々な自然法則の一致」

□ 光の直進、反射、屈折の法則を論じる

## ◆ 最小作用の原理の最初の主張

□ 「光が選ぶ経路は作用の量が最小となるもの」

● 「作用の量」= (速度) × (通過距離)

## ◆ 力学と形而上学の両方に訴える



## 第2論文:1746 (1)

### ◆「形而上学的原理から導かれた運動と静止の諸法則」

□ 最小作用の原理による神の存在証明

### ◆ 最小作用の原理の明確な主張

□ 「自然において何らかの変化が起こるときには、その変化に必要な作用の量は、可能な限り少ない」

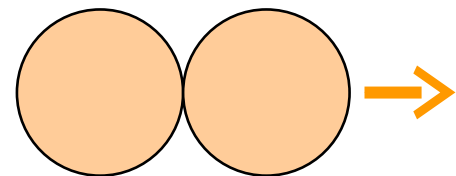
● 「作用の量」= (質量) × (速度) × (通過距離)

## 第2論文:1746 (2)

### ◆ 最小作用の原理から3つの法則を導く

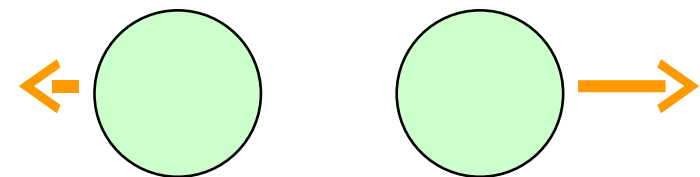
#### □ 硬い物体 (corps durs) の衝突法則

- 全く変形しない
- 衝突後、一体となって運動



#### □ 弾性的な物体 (corps élastiques) の衝突法則

- 凹むが、元の形状を回復
- 相対的な速さが一定 (逆向き)



### 3. てこの原理

## 第2論文:1746 (3)

### ◆これまでの衝突法則の問題点

#### □デカルトの「運動の量」( $mv$ )保存則

- 特殊な場合にしか成り立たない

#### □ライプニッツの「活力」( $mv^2$ )保存則

- 弾性的な物体の場合しか成り立たない
- 根源物体 (corps primitifs) は硬いはず

### ◆背景としての「活力論争」

#### □力の尺度は $mv$ か $mv^2$ か

#### □本当の対立点は、「硬い物体」を認めるか否か

# 第2論文:1746 (4)

## ◆ 最小作用の原理から衝突法則を導出

### 1. 衝突で起こる変化に必要な「作用の量」が最小

- 速さ(距離)が  $V_A, V_B \rightarrow V'_A, V'_B$  と変化した
- (作用の量) =  $M_A (V'_A - V_A)^2 + M_B (V'_B - V_B)^2$
- これを微分したものがゼロ

### 2. 物体の種類に基づく仮定

- 「硬い」:  $V'_A = V'_B$
- 「弾性」:  $V_A - V_B = V'_B - V'_A$

### ◆ 1, 2をあわせると、衝突法則が得られる

# 第3論文:1756

## ◆ 「神の存在証明についての哲学的検討」

- 「運動の法則」として6つの法則を提示
  - (硬)衝突後、一体となって運動
  - (弾)相対的な速さが一定に保たれる
  - (硬／弾)重心運動の保存
  - (硬・特殊)「運動の量」の保存 [デカルト]
  - (弾)「活力の保存」 [ライプニッツ]
  - (硬／弾)最小作用の原理

**「運動の法則」 = 衝突法則**

# まとめ：モーペルテュイの場合

## ◆モーペルテュイの物質観・力学観

- 根源物体としての「硬い物体」の存在
- 「運動の法則」＝「衝突法則」（不連続変化）

## ◆最小作用の原理の意義

**「硬い物体」を扱えるような仕方で、  
自然現象の根本を司る衝突法則を統一**

# オイラーの場合

- 静力学と動力学の統一
  - ・ 衝突についての見解
  - ・ 最小量の探求: 1744-48
  - ・ 「静止の法則」: 1751
  - ・ まとめ

# 衝突についての見解 (1)

## ◆ 不可入性 (impénétrabilité)

□ 二つの物体は同じ場所を同時には占められない

## ◆ 不可入性 → 最小作用の原理

□ 衝突の際、透入を防ぐ最小限の力が生み出される

→ 最小作用の原理

● 「力の起源についての研究」(1750)

● 『ドイツ皇女への手紙』(1768)

□ 衝突法則の導出については言及せず



# 衝突についての見解 (2)

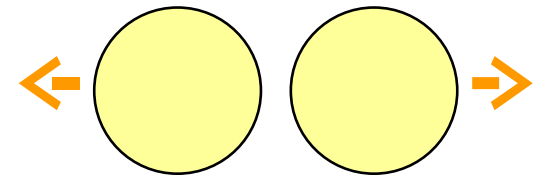
## ◆衝突法則についての独自の議論

### □運動方程式から衝突法則を導く

- 衝突を連続的な変形の過程と考える

### □「硬い物体」の否定

- 無限大の力が必要になってしまう



**モーペルテュイが問題にした**

**衝突法則の統一はそもそも無意味！**

# 最小量の探求:1744-48 (1)

## ◆ 2つの『付録』(1744)

- 『最大・最小の性質を有する曲線を見出す方法』
- 与えられた量が最小、という条件から曲線を導く
  - 付録1: 曲げられた薄板の形状(弾性曲線)
  - 付録2: 投射体の軌道

## ◆ 2つの論文(1748)

- 様々な「力学的曲線」の最小量を探す
  - 第1の論文: 柔軟な糸の形状
  - 第2の論文: 静止流体の形状

# 最小量の探求:1744-48 (2)

## ◆ 普遍的最小量の発見

- あらゆる最小量は、同一の量から構成される
  - 後にこれを「労力」(effort)と命名
- この量はモーペルテュイが与えていた
  - モーペルテュイ「諸物体の静止の法則」(1740)
- オイラーの誤解
  - 「静止の法則」は最小作用の原理の一例と理解
  - モーペルテュイの理解とは異なる
    - ∴ 「作用」= (質量) × (速度) × (距離) ≠ 「労力」

# 「静止の法則」:1751

## ◆「モーペルテュイ氏の静止と運動の一般原理のあいだの調和」

### □「静止の法則」と「運動の法則」の提示

- 静止:「労力」(effort)が最小
- 運動:「作用」(action)  $\int \mu ds$  が最小 ←『付録2』

### □2つの法則の「調和」

- 「静止の法則」から「運動の法則」を導く
- 実際には誤り

**「静止の法則」に基づく力学体系の構築**

# まとめ:オイラーの場合

## ◆オイラーの物質観・力学観

- 「硬い物体」の否定
- 「運動の法則」は、力による連続的変化を扱う

## ◆最小作用の原理の意義

**「労力」に基づいて**

**力学全体（静力学と動力学）を統一**

▼「運動の法則」と「静止の法則」は切り離せない

# 結論

- モーペルテュイから見たオイラー
- オイラーから見たモーペルテュイ
- 最小作用の原理を巡る二つの視点
- 展望

# モーペルテュイから見たオイラー

## ◆モーペルテュイの、オイラーへの視線

- 『付録2』で、最小作用の原理の「美しい応用」を示した
- 『調和』で、最小作用の原理と「静止の法則」が一致することを示した
  - 『調和』以前には、「静止の法則」に言及していない
- 『付録1』や、1748年の2つの論文には言及せず

**「労力」に基づくオイラーの議論を  
理解していない（無視している）**

# オイラーから見たモーペルテュイ

## ◆オイラーの、モーペルテュイへの視線

- 「労力」の発見を高く評価
- 光の屈折や衝突にはほとんどコメントせず
- モーペルテュイの「運動の法則」(＝衝突法則)を、引力の下での運動の法則と読み替える

**「衝突法則の統一」という**

**主題そのものに価値を認めていない**



# 最小作用の原理を巡る二つの視点

## ◆物質観・力学観の違い

### □モーペルテュイ

- 「硬い物体」としての根源物体
- 不連続的な衝突過程が運動現象の根本
- 「運動の法則」＝「衝突法則」

的外れ

### □オイラー

- 「硬い物体」の否定；あらゆる物体は弾性的
- 力による連続的な変化が運動現象の根本
- 「運動の法則」≠「衝突法則」

現代的

当時の評価はどうだったのか？

# 展望

## ◆ モーペルテュイは一定の支持を得ていた

□ ダランベール: 衝突法則の統一を評価

● 『百科全書』項目「宇宙論」(1753)

□ ベグリン: モーペルテュイの衝突理論を踏襲

● 「硬い物体の存在についての研究」(1751)

## ◆ 18世紀中頃では、二つの立場は拮抗？

□ 硬い物体; 不連続変化(衝突)

□ 弾性的な物体; 連続変化

◆ (略称)

*LEOO* = *Leonhardi Euleri Opera omnia* (Lipsiae et Berolini, 1911-).

*HASB* = *Histoire de l'Académie Royale des Sciences et des Belles-Lettres de Berlin*.

*HASP* = *Histoire de l'Académie royale des sciences [de Paris] avec les mémoires de mathématique et de physique tirés des registres de cette Académie*.

- ◆ Jean le Rond d'Alembert, "Cosmologie," *Encyclopédie*, IV (1754), 294-297.
- ◆ Nikolaus von Beguelin, "Recherces sur l'existence des corps durs," *HASB*, 1751 (pub. 1753), 331-355.
- ◆ Leonhard Euler, *Leonhardi Euleri Methodus Inveniendi Lineas Curvas*, *LEOO*, I-XXIV. [Originally pub. in Lausanne, 1744.]
- ◆ ----, "Recherches sur les plus grands et plus petits qui se trouvent dans les actions des forces," *LEOO*, II-V, 1-37. [Originally pub. in *HASB*, 1748 (pub. 1750), 149-188.]
- ◆ ----, "Réflexions sur quelques loix générales de la nature qui s'observent dans les effets des forces quelconques," *LEOO*, II-V, 38-63. [Originally pub. in *HASB*, 1748 (pub. 1750), 189-218.]

# References

- ◆ ----, “Recherches sur l’origine des forces, “ *LEOO*, II-V, 109-131. [Originally pub. in *HASB*, 1750 (pub. 1752), 419-447.]
- ◆ ----, “Harmonie entre les principes généraux de repos et de mouvement de M. de Maupertuis,” *LEOO*, II-V, 152-176. [Originally pub. in *HASB*, 1751 (pub. 1753), 169-198.]
- ◆ ----, Leonhardi Euleri Letters à une princesse d’Allemagne, *LEOO*, III-XI,XII. [Originally pub. in St. Pétersbourg, 1768-72.]
- ◆ Pierre Louis Moreau de Maupertuis, “Loi du repos des corps,” *LEOO*, II-V, 268-273. [Originally pub. in *HASP*, 1740 (pub. 1742), 170-176.]
- ◆ ----, “Accord des différents loix de la nature qui avoient jusqu’ici paru incompatibles,” *LEOO*, II-V, 274-281. [Originally pub. in *HASP*, 1744 (pub. 1748), 417-426.]
- ◆ ----, “Les loix du mouvement et du repos déduites d’un principe métaphysique,” *LEOO*, II-V, 282-302. [Originally pub. in *HASB*, 1746 (pub. 1748), 267-294.]
- ◆ ----, “Examen philosophique de la preuve de l’existence de Dieu employée dans l’Essai de Cosmologie,” *HASB*, 1756 (pub. 1758), 389-424.
- ◆ ----, *Œuvres de Maupertuis*, Lyon: J.-M. Bruyset, 1768. [Rep., *Œuvres*, Hildesheim: G. Olms, 1965-1974.]