

# オイラーの変分力学

京都大学 有賀暢迪\*

## Euler's variational mechanics

Nobumichi ARIGA (Kyoto University)

古典力学には運動方程式に基づく形式のほかに、変分法の手法を用いる「変分力学」の形式がある。このような力学体系の整備は一般にラグランジュ (Joseph Louis Lagrange, 1736-1813) に帰せられており、彼の『解析力学』(1788)はその代表的な著作として知られているが、実はそれ以前に、オイラー (Leonhard Euler, 1707-1783) も同じような試みを行っていた。この「オイラーの変分力学」は、後にラグランジュにも影響を与えたとされる2つの論考『最大および最小の方法によって決定される、抵抗のない媒質における投射体の運動について (1744)』および『モーペルテュイ氏の静止と運動の一般原理の間の調和 (1751)』の中で主に展開されている。

上記の著作において、オイラーはつりあいの問題を「静止の法則」によって論じ、投射体の軌道を「運動の法則」から求めている。前者の法則は「つりあいにおいては労力という量が基本的に最小である」と表現され、オイラーは力の合成やてこの原理、斜面上のつりあいといった静力学の問題を論じている。一方、後者の法則は「投射体の実際の軌道は作用という量が最小になるようなものである」とまとめられ、一定の重力が働いている場合や中心力を受けている場合の軌道などがこの法則から導出されている。これらの法則の背後には「最小作用の原理」、すなわち自然現象においては何らかの量が最小になっているという考えがあり、現代から見ればオイラーの議論には奇妙な部分もあるが、ある程度は正しい解を与えている。すなわち、静力学と動力学のそれぞれにおいては「オイラーの変分力学」はそれなりに成功していると言ってよい。

しかしながら、オイラーはさらにこの2つの法則が「調和している」と主張し、この点で大きな誤りを犯している。オイラーは「静止の法則」から「運動の法則」が導出できるとしているが、これは実際には不可能であり、彼の与えた「証明」は完全に誤っていた。オイラーは「最小作用の原理」に基づいて2つの法則を統一しようとしたのだが、その発想こそが、彼の証明における一番の問題点である。静力学と動力学の統一ということに関して言えば、「オイラーの変分力学」はまさにこの「最小作用の原理」のために、完全に失敗しているのである。

---

\* ariga\_phs@yahoo.co.jp