

合理力学の思想

—力学は形而上学から切り離せるか？—

数理科学史サマースクール

(2007年9月1日 立教大学)

有賀暢迪

京都大学大学院文学研究科 博士後期課程

18世紀における力学の展開

◆力学の「解析化」

□ニュートンからラグランジュへ

- 1678: ニュートン『プリンキピア』
- 1788: ラグランジュ『解析力学』

□この間に起こった変化

今日想像されるような
「ニュートン力学」の形成

「ニュートンの力学」≠「ニュートン力学」

「ニュートン力学」の形成



Leonhard Euler
(1707–1783)

◆オイラーの力学への貢献

□1736:『力学』

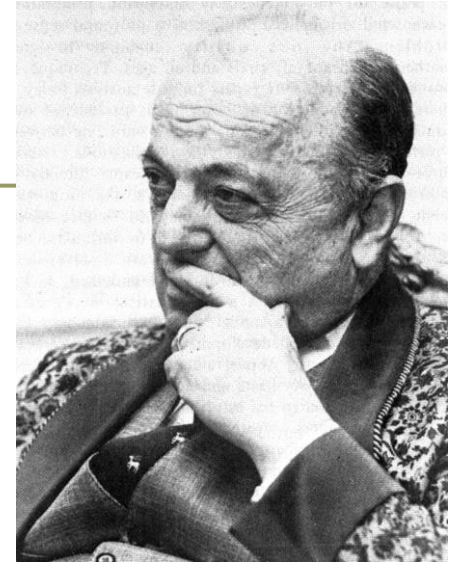
- 質点の力学:無限小解析の適用

□1750頃:「運動方程式」の確立

- 剛体の力学:剛体のオイラー方程式、オイラー角
- 流体の力学:完全流体のオイラー方程式
- 天体力学:三体問題の摂動論
- etc.

オイラーの全著作のうち約3割が力学に関するもの

18世紀の「合理力学」



Clifford Truesdell
(1919–2000)

◆ トウリースデルの力学史研究

□ 18世紀の力学について膨大な研究

- オイラーの業績を高く評価
- 18世紀の力学＝「合理力学」

□ 「合理力学」(rational mechanics)

- 合理力学は、幾何学のように、明白に真である公理に基づかねばならない
- 力学のさらなる真理は数学的証明に従う

「合理力学の歴史は実験的でも哲学的でもない。数学的である。」(Truesdell 1968, p.96)

「合理力学」の自然哲学的側面

◆「力」をめぐる18世紀の議論

□力とは何か、それはどうやって測るのか

- 力、仕事、力積といった近代的概念が分化していない
- 数学者・自然哲学者たちの間で様々な論争

□オイラーの場合

- 力は物体の衝突の際に生み出される(後述)
- 遠隔作用を否定

今日から見れば不毛だが、
当時にとってはむしろ中心的問題

本日の発表内容

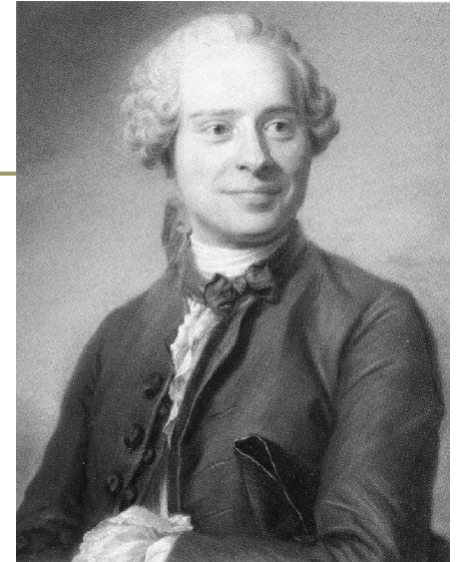
◆ 「硬い物体」をめぐる議論の検討

形而上学的な議論※が力学の枠組みに影響した事例

1. 「硬い物体」とは
2. 先行研究
3. オイラーと衝突現象
4. 「連続律」に対する見解
5. まとめ
6. 展望

※形而上学的という言葉は、ここでは、経験に先立つという程度の意味で用いる

「硬い物体」とは(1)



Jean d'Alembert
(1717-1783)

◆ダランベールによる解説

□『百科全書』「硬さ(durété)」

- 「厳密には、物体が硬い(dur)というのは、その諸部分が一緒にくっついていて、外からの衝撃の際、たわんだり凹んだり壊れたりしないというほどのときである」

(d'Alembert 1755, p.171)

□同「衝撃(percussion)」

- 「等しい速度で正面衝突する、完全に硬くて等しい2つの物体が静止するであろうということには議論の余地が無い」

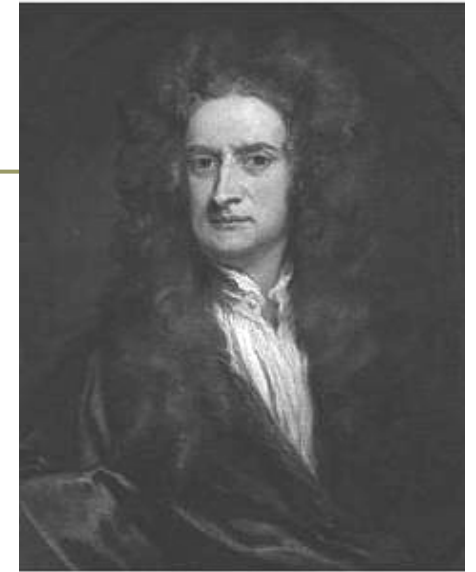
(d'Alembert 1765, p.331)

「硬い物体」とは(2)

◆ ニュートンの影響

□ 『光学』疑問31(第4版)

- 「すべての物体は硬い粒子から構成されているように思われる」(Newton 1981, p.241)
- 「これらの根源的粒子は固体であるから、[...]決して擦り減ったり粉々になったりしないほど極めて硬い[というのはありそうなことだ]」(p.248)
- 「絶対的に硬いか、または弾性のないほど軟らかい物体は相互にはね返らないだろう」(p.246)



Isaac Newton
(1643–1727)

先行研究(1)

◆ ハンキンスの主張 (Hankins 1967)

- 18世紀には、「ニュートンの第2法則」は、二通りに解釈されていた
 1. $F dt = m dv$ (力と加速度との関係)
 2. $F \triangle t = m \triangle v$ (力積と運動量変化との関係)
- どちらを選ぶかという要因の一つが「硬い物体」
 - もし「硬い物体」が存在するのなら、その衝突の際には、速度は不連続に変化する
 - 2. を選ぶことになる

先行研究(2)

◆ハンキンスに対する私の見解

□基本的には賛成

- 「硬い物体」は「ニュートンの第2法則」の解釈に関わる

□ただし修正が必要

- 「硬い物体」は、**物理的 (physical)** な要因とされている
- 私はこれを、**形而上学的 (metaphysical)** なものと見る

□→以下、具体的に説明

オイラーと衝突現象(1)

◆不可入性 (Euler 1750; 1768–72)

□物体の本質的性質: **不可入性** (impénétrabilité)

- 二つの物体は、同じ場所を同時には占められない

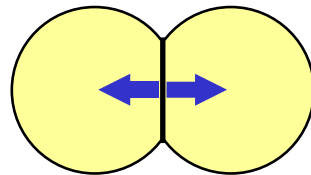
□不可入性が力の起源

- 衝突の際に、物体の透入を防ぐために力が生み出され、これによって物体の運動状態が変わる
- あらゆる力は不可入性によって生じる

オイラーと衝突現象(2)

◆ 衝突現象の分析 (Euler 1748; 1750)

- 衝撃 (percussion) は圧迫 (pression) の一種
 - 衝突は瞬間的に起こるのではなく、一定の時間が必要
- 運動方程式によって衝突を論じる
 - 不可入性から生じる力によって物体の速度が変化
 - 衝突を連続的な変形のプロセスと考える



衝突の際、物体は変形し、不可入性が力を生み出す

「硬い物体」の場合はどうなるのか？

オイラーと衝突現象(3)

◆「硬い物体」は存在しない

□「硬い物体」は自然法則と矛盾

- 「もし完璧に硬い物体があったとしたら、それらの衝突は実際にある瞬間で行われたはずであり、それらの状態の変化は唐突であって跳躍によって(par saut)起こっただろうが、これは自然の秩序に反する。」(Euler 1748, p.37)

□「連続律」(loi de continuité)

- ある状態から別の状態へ移るには、その間にある他のすべての状態を通らねばならない(Formey 1754, p.116)

「連続律」→「硬い物体」の否定

オイラーと衝突現象(4)

◆オイラーと「連続律」

□「連続律」が力学の前提

- オイラーにとっては「明白に真である公理」
- 「連続律」の経験的正当化は与えていない; 形而上学的

□ cf. ハンキンスによるオイラーの解釈

- 「経験的な大きさの物体だけを考察した[...]人々にとっては、硬い物体の問題は生じなかった。そのような物体は自然の中に見出されえなかったのだから。これがオイラーの立場であり、彼はあらゆる速度の変化は段階的だと主張した」(Hankins 1968, p.52)

「連続律」に対する見解(1)



Pierre de Maupertuis
(1698–1759)

◆ モーペルテュイの懐疑 (Maupertuis 1746)

□ 物体の構成要素は硬いはず

- 「最小作用の原理」によって、「硬い物体」および「弾性的な物体」の衝突を論じる

□ 「連続律」への疑問

- 「速度が段階的に増えたり減ったりする[=連続律]と想定したときにも、ある段階から別の段階への跳躍は常にあるのではないだろうか？」(p.294)

「連続律」の意味するところは曖昧

「連続律」に対する見解(2)

◆ ベグリンの反論 (Beguelin 1751)

※ Nikolaus von Beguelin (1714–1789): 自然哲学者

□ 「連続律」は弾性的な物体の衝突でも破れている

- 二つの弾性的な物体が正面衝突する場合を考えると、中心の速度は段階的に変化するが、両物体の端（衝突において最初に接する）はどうか？
→ 衝突した途端に速度が失われるはず
- 同様の議論はダランベールも独立に行っている

「連続律」は普遍的自然法則ではない

「連続律」に対する見解(3)

◆ ダランベールのコメント (d' Alembert 1765)

- 自然界に「完全に硬い物体」は無い、と認める
- それでも、「硬い物体」を論じることには意味がある
 - 極めて硬い物体が自然界には存在しているが、これは「完全に硬い」と見なせる
 - 我々の知っている物体の衝突と硬い物体の衝突とではどう違うのかを確かめるのに役立つ

「硬い物体」は、言わば理想的なモデル

「連続律」に対する見解(4)

◆「硬い物体」擁護論

□オイラーに対する事実上の反論

- モーペルテュイ:「連続律」の曖昧さを指摘
- ベグリン:「連続律」の普遍性を否定
- ダランベール:理想的なモデルとしての「硬い物体」

□三人の議論の形而上学的性格

- 「硬い物体」の存在が経験的(実験的)に確かめられるとは誰も主張していない

まとめ

◆ 合理力学の形而上学的性格

□ 合理力学の思想

- 合理力学は、幾何学のように、明白に真である公理に基づかねばならない
- 力学のさらなる真理は数学的証明に従う

□ 「明白に真である公理」とは

- オイラー:「連続律」
- モーペルテュイほか:「硬い物体」

合理力学の出発点となる公理の選択に、
形而上学的な議論が関わってくる

展望

◆ 複数の合理力学の可能性

□ 何を「自明な公理」と考えるかによって、力学理論の枠組みは異なりうる

- オイラーは「連続律」を自明と考え、運動方程式に基づく「ニュートン力学」を構築
- モーペルテュイやダランベールは、「硬い物体」を自明と考え、異なるアプローチを採る

オイラー流の「ニュートン力学」だけでは
18世紀の力学は語れない

◆ Abbriations

HASB = *Histoire de l'Académie Royale des Sciences et des Belles-Lettres de Berlin*.

LEOO = *Leonhardi Euleri Opera omnia* (Lipsiae et Berolini, 1911-).

Encyclopédie = *Encyclopédie ou Dictionnaire raisonné des sciences, des arts et des métiers*, 28vols. (Paris, 1751-1772).

- ◆ Jean le Rond d'Alembert, "Dureté," *Encyclopédie*, V (1755), 171-172.
- ◆ ----, "Percussion," *Encyclopédie*, XII (1765), 330-335.
- ◆ Nikolaus von Beguelin, "Recherces sur l'existence des corps durs," *HASB*, 1751 (pub. 1753), 331-355.
- ◆ Leonhard Euler, "De la force de percussion et de sa veritable mesure," *LEOO*, II-VIII, 29-53. [Originally pub. in *HASB*, 1748 (pub. 1750), 21-53.]
- ◆ ----, "Recherches sur l'origine des forces," *LEOO*, II-V, 109-131. [Originally pub. in *HASB*, 1750 (pub. 1752), 419-447.]
- ◆ ----, Leonhardi Euleri Lettres à une princesse d'Allemagne, *LEOO*, III-XI,XII. [Originally pub. in St. Pétersbourg, 1768-72.]
- ◆ Johann Heinrich Samuel Formey, "Continuité[, loi de]," *Encyclopédie*, IV (1754), 116-117.

References

- ◆ Thomas L. Hankins, “The reception of Newton’s second law of motion in the eighteenth century,” *Archives Internationales d’Histoires des Sciences*, 20 (1967), 43–65.
- ◆ Pierre Louis Moreau de Maupertuis, “Les loix du mouvement et du repos déduites d’un principe métaphysique,” *LEOO*, II-V, 282-302. [Originally pub. in *HASB*, 1746 (pub. 1748), 267-294.]
- ◆ Isaac Newton, 「光学」田中一郎訳, 『ニュートン』渡辺正雄責任編集, 朝日出版社(科学の名著), 1981. [*Opticks*, 4th ed. (London, 1730) の翻訳.]
- ◆ Clifford Truesdell, “A program toward rediscovering the rational mechanics of the Age of Reason,” in *idem*, *Essays in the History of Mechanics* (Berlin; New York, 1968), 85-137.